

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВОМ

(на примере нефтеперерабатывающего завода)

Г. Я. ФРИДМАН

(Москва)

Известны примеры построения математических моделей нефтеперерабатывающего производства [1], [2], в которых решается задача разработки оптимальной производственной программы завода на какой-либо заданный период времени. Эти модели статичны, т. е. при распределении сырья, промежуточных и конечных продуктов в них учитываются только общие ограничения на весь рассматриваемый период (как, например, в [1]). Очевидно, что при такой постановке задачи никак не учитывается конкретная ситуация на предприятии, складывающаяся в любой момент времени в данном периоде $[0, T]$ и характеризующаяся работой каких-то одних установок и простоем других.

Казалось бы, если статическая модель на весь рассматриваемый промежуток времени не может быть использована при конкретном руководстве, то решение вопроса сводится к построению ряда статических моделей на более короткие промежутки времени, когда в системе не происходит никаких существенных изменений и, следовательно, распределение всех потоков сырья и промежуточных продуктов легко осуществить в соответствии с полученными результатами решения. Под существенными изменениями понимаются изменения в характере функционирования предприятия в целом, т. е. ввод установок в действие и вывод их на ремонт*. Однако, если оптимизировать работу завода на отдельных временных этапах без учета влияния результатов предыдущего этапа на последующий, то значение критерия оптимизации, полученное путем суммирования значений за рассматриваемые этапы, не будет представлять истинного оптимума. Таким образом, этот подход, позволяя реально осуществлять на каждом этапе управление оперативное, не дает возможности осуществлять управление оптимальное с точки зрения всего временного периода.

Необходимо отметить, что в [1] приведена динамическая модификация модели для расчета производственной программы нефтеперерабатывающего завода, использующая построение блочной модели линейного программирования, которая позволяет находить оптимальное решение по переходящим остаткам и распределению потоков на каждом этапе рассматриваемого периода. Однако одним из ее недостатков является резкое увеличение размерности модели линейного программирования по сравнению со статической линейной моделью на весь период.

В данной работе на примере нефтеперерабатывающего завода предлагается динамическая модель для разработки оптимальной производственной программы предприятия с целью оперативного управления им в течение

* В общем виде идея рассмотрения процесса функционирования системы в периоды, характеризуемые отсутствием каких-либо изменений, принадлежит Х. Ш. Маргулису.

ние сравнительно небольших промежутков времени (периоды работы без существенных изменений), когда значительную роль играет стратегия использования емкостей под промежуточные продукты. Оптимизация работы предприятия производится за большой промежуток времени (например, месяц), который складывается из отдельных периодов работы без существенных изменений. При этом осуществляется, так называемое «дальновидное» планирование, т. е. оптимум находится за весь рассматриваемый период с учетом результатов работы на каждом отдельном этапе и их влияния на последующие этапы. Модель включает линейные статические блоки, описывающие работу предприятия на каждом этапе, а для нахождения оптимального управления во всем рассматриваемом периоде используется метод динамического программирования (см. [3], [4]).

Для определения оптимальной производственной программы завода на весь рассматриваемый период $[0, T]$ необходимо на каждом этапе этого периода найти такие варианты работы установок и такие способы распределения сырья и промежуточных продуктов, чтобы достигался экстремум какого-либо экономического критерия (например, максимум рентабельности или минимум себестоимости продукции). Найденные значения сырьевых и промежуточных потоков на каждом этапе являются искомым оптимальным управлением. Итак, если общая задача на весь период $[0, T]$ является задачей динамической, то задача оптимизации на каждом отдельном этапе является типичной задачей распределения ресурсов и потому может быть сформулирована как задача линейного или нелинейного программирования (см., например [1]).

В связи со всем сказанным, данная модель и алгоритм расчетов по ней строятся следующим образом.

1. Весь рассматриваемый период $[0, T]$ в соответствии с графиком планово-предупредительных ремонтов делится на n периодов $[0, t_1]$, $[t_1, t_2]$, ..., $[t_{i-1}, t_i]$, $[t_i, t_{i+1}]$, ..., $[t_{n-1}, t_n]$ ($0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n = T$), каждый из которых характеризует работу предприятия без существенных изменений, т. е. каждый момент t_i является моментом ввода в действие или остановки какой-либо установки.

2. В соответствии с технологической схемой завода и возможностями установок строится модель линейного программирования предприятия (как это показано, например, в [1]), пригодная для использования на любом этапе $[t_{i-1}, t_i]$. В этой модели ряд уравнений представляет ограничения на сырье и промежуточные продукты. Так, если первые p уравнений относятся к ресурсам сырья, поступающего на завод извне, а уравнения с номерами от $p+1$ до q к промежуточным продуктам, получаемым на одних установках завода и потребляемым на других установках и в смещении, то первые p компонент вектора правых частей $\bar{b}_i$, т. е. элементы $b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{ir}, \dots, b_{ip}$ можно представить в виде

$$b_{ir} = b_{ir}' + (e_{i-1,r} - e_{ir}) \quad (r = 1, 2, \dots, p) \quad (1)$$

и элементы вектора $\bar{b}_i$ от $p+1$ до q в виде

$$b_{is} = e_{i-1,s} - e_{is} \quad (s = p+1, p+2, \dots, q). \quad (2)$$

Здесь b_{ir} общее количество r -го вида сырья, имеющееся в наличии и доступное для использования на i -ом этапе; b_{ir}' — количество r -го вида сырья, поступившее на завод за период $[t_{i-1}, t_i]$; $e_{i-1,r}$ — количество r -го вида сырья, которое необходимо накопить в емкостях под этот поток к моменту t_{i-1} ; e_{ir} — количество r -го вида сырья, которое необходимо накопить к моменту t_i ; b_{is} — количество s -го вида промежуточного продукта, которое за период $[t_{i-1}, t_i]$, либо (если b_{is} имеет положительное значение) необходимо накопить, либо (если b_{is} имеет отрицательное значение)

можно использовать из запасов; $e_{i-1, s}$ — количество s -го вида промежуточного продукта, которое необходимо иметь в емкостях на момент t_{i-1} ; e_{is} — количество s -го вида промежуточного продукта, которое необходимо иметь в емкостях на момент t_i .

В ограничениях, касающихся мощностей установок, в правых частях ставится либо 0, если в течение данного этапа установка стоит на ремонте, либо ее производительность за весь период $[t_{i-1}, t_i]$.

В ограничениях, касающихся выпуска конечных продуктов, для обеспечения равномерности отгрузки в правых частях можно ставить количества, находящиеся в такой же пропорции к плану на данный продукт, в какой относится период $[t_{i-1}, t_i]$ ко всему планируемому периоду $[0, T]$.

3. После того, как в общем виде построена модель линейного программирования для i -го этапа, необходимо в соответствии с сущностью метода динамического программирования сделать предположения о возможных и допустимых состояниях системы в конце каждого этапа. Здесь под состоянием системы на конец i -го этапа понимается та совокупность накопленных в емкостях к моменту времени t_i величин сырьевых и промежуточных потоков, которую можно обозначить вектором $\bar{e}_i = e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{ip}, e_{i, p+1}, \dots, e_{iq}$. Допустимыми значениями накопленных на каждом этапе количеств продукта $l = (1, 2, \dots, q)$ являются количества e_{il} , которые лежат в пределах $0 \leq e_{il} \leq E_l$, где E_l — размер емкостей, отведенных под продукт l . В этих же пределах лежит и весь диапазон возможных значений накопленных к концу i -го периода продуктов. Однако, если емкость, отведенную под продукт l , разбить даже на сравнительно небольшое число частей h (например, $h = 4$), то величина запаса одного продукта на конец i -го периода может принимать $h + 1$ значение ($e_{il} = 0$; $e_{il} = \frac{1}{h} E_l, \dots; e_{il} = \frac{h-1}{h} E_l; e_{il} = E_l$), а если рассматривается q продуктов и предполагается, что запасы каждого из них тоже могут меняться с интервалом $\frac{1}{h} E$, то общее число возможных значений, характеризующих

запасы при окончании i -го этапа будет равно $(h + 1)^q$. При существующей структуре нефтеперерабатывающего производства, характеризуемого большим количеством промежуточных потоков (порядка нескольких десятков), такой подход привел бы к колоссальной счетной работе (в случае n этапов и однозначного задания запасов в начале и конце всего периода $[0, T]$ необходимо было бы решить $[(n - 2)(h + 1)^{2q} + 2(h + 1)^q]$ задач линейного программирования), которая, очевидно, не под силу даже современной вычислительной технике.

В силу указанной причины предлагается не перебор всех возможных состояний резервуарного парка при дискретизации уровней, а логически и технологически обоснованный отбор только наиболее «перспективных», с точки зрения достижения общего оптимума, состояний. Принципы выбора гипотез более подробно рассмотрены ниже при составлении динамической модели смешения.

Сделав логически обоснованные предположения о возможных состояниях резервуарного парка в конце каждого этапа, можно сформулировать для каждой гипотезы, т. е. для каждой задачи линейного программирования, вектор правых частей $\bar{b}_i$ (по соотношениям (1) и (2)), а также в соответствии с замечаниями, сделанными относительно ограничений по мощностям установок и количествам конечных продуктов).

4. После того как построена модель линейного программирования и сформированы правые части задачи для каждой гипотезы об окончании

каждого этапа, необходимо решить все задачи линейного программирования. Число их на i -м этапе будет равно $d_{i-1} \cdot d_i$, где d_{i-1} — число гипотез об окончании $(i-1)$ -го этапа, а d_i — число гипотез об окончании i -го этапа. В результате решения указанных задач линейного программирования в соответствии с выбранным критерием оптимальности f_i для каждого i -го этапа будет получена совокупность векторов $\bar{X}^*(\bar{e}_{i-1}^u, \bar{e}_i^v)$ ($u = 1, 2, \dots, d_{i-1}$; $v = 1, 2, \dots, d_i$). Здесь $\bar{e}_{i-1}^u$ — u -е состояние емкостей в конце $(i-1)$ -го этапа ($u = 1, 2, \dots, d_{i-1}$), а $\bar{e}_i^v$ — v -е состояние емкостей в конце i -го этапа ($v = 1, 2, \dots, d_i$). Каждый вектор совокупности представляет собой оптимальное управление на i -м этапе при переходе системы из одной точки фазового пространства (точки, определяемой какой-либо u -й гипотезой об окончании $(i-1)$ -го этапа) в другую точку фазового пространства (точку, определяемую какой-либо v -й гипотезой об окончании i -го этапа). Каждому полученному оптимальному решению $\bar{X}^*(\bar{e}_{i-1}^u, \bar{e}_i^v)$ будет соответствовать определенное значение критерия оптимальности $f_i^*(\bar{e}_{i-1}^u, \bar{e}_i^v)$.

5. Заключительным шагом в алгоритме является нахождение оптимального управления $\bar{X}^* = (\bar{X}_1^*, \bar{X}_2^*, \dots, \bar{X}_n^*)$, позволяющего оптимизировать работу предприятия за все n этапов. Для этого используется стандартная процедура метода динамического программирования. Так как гипотезы об окончании $(n-1)$ -го этапа сделаны и для каждой гипотезы решена задача линейного программирования, то в случае однозначного задания состояния системы на конец n -го этапа $\bar{e}_n$, известны и условные оптимальные управления на n -м этапе. Для каждого v -го состояния системы в конце $(n-1)$ -го этапа $\bar{e}_{n-1}^v$ таким условным оптимальным управлением будет оптимальный план соответствующей задачи линейного программирования $\bar{X}_n^*(\bar{e}_{n-1}^v)$, с величиной критерия $f_n^*(\bar{e}_{n-1}^v)$. После нахождения условного оптимального управления на n -м этапе можно перейти к оптимизации $(n-1)$ -го этапа, т. е. найти условное оптимальное управление на $(n-1)$ -м этапе $\bar{X}_{n-1}^*(\bar{e}_{n-2}^u)$ для каждой u -й гипотезы об окончании $(n-2)$ -го этапа. При переходе от какого-либо состояния в конце $(n-2)$ -го этапа $\bar{e}_{n-2}^u$ к состоянию в конце $(n-1)$ -го этапа надо руководствоваться максимальной величиной критерия оптимальности, полученной на двух последних этапах при рассмотрении совокупности всех возможных управлений на $(n-1)$ -м этапе, переводящих систему из состояния $\bar{e}_{n-2}^u$, и оптимальных управлений на n -м этапе. Максимум критерия за 2 последних этапа для каждого состояния системы после $(n-2)$ -го этапа находится по уравнению:

$$f_{n-1,n}^*(\bar{e}_{n-2}^u) = \max_{\bar{X}_{n-1}'(\bar{e}_{n-2}^u)} \{f_{n-1,n}'(\bar{e}_{n-2}^u)\} = \max_{\bar{X}_{n-1}'(\bar{e}_{n-2}^u)} \{f_{n-1}'(\bar{e}_{n-2}^u) + f_n^*(\bar{e}_{n-1}^v)\}, \quad (3)$$

где $f_{n-1,n}^*(\bar{e}_{n-2}^u)$ — экстремальное значение критерия на двух последних этапах при переходе системы из состояния $\bar{e}_{n-2}^u$ в конце $(n-2)$ -го этапа в конечное состояние $\bar{e}_n$; $f_{n-1,n}'(\bar{e}_{n-2}^u)$ — значение критерия на двух последних этапах при переходе системы из состояния $\bar{e}_{n-2}^u$ в конце $(n-2)$ -го этапа в конечное состояние $\bar{e}_n$ в случае любого управления на $(n-1)$ -м этапе и оптимальном управлении на n -м этапе; $X_{n-1}'(\bar{e}_{n-2}^u)$ — любое управление на $(n-1)$ -м этапе, позволяющее перейти из состояния $\bar{e}_{n-2}^u$ в какое-либо состояние системы $\bar{e}_{n-1}^v$. Под термином «любое

управление» на $(n-1)$ -м этапе здесь подразумевается то, что из состояния $\bar{e}_{n-2}^u$ можно перейти в любое состояние $\bar{e}_{n-1}^v$ ($v = 1, 2, \dots, d_{n-1}$). Другими словами, это управление — «любое» только в определенном смысле (в смысле перебора всех состояний в конце $(n-1)$ -го этапа), так как предусматривает переход из состояния $\bar{e}_{n-2}^u$ обязательно путем решения задачи линейного программирования, т. е. оптимальным путем; $f_{n-1}^*(\bar{e}_{n-2}^u)$ — величина критерия оптимальности на $(n-1)$ -м этапе при

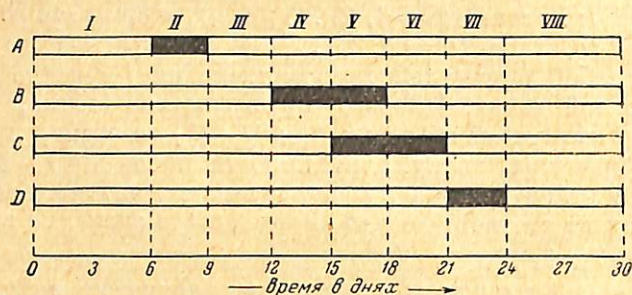


Рис. 1. График ремонта установок

переходе системы из состояния $\bar{e}_{n-2}^u$ в любое состояние $\bar{e}_{n-1}^v$ ($v = 1, 2, \dots, d_{n-1}$), т. е. применении управления $\bar{X}_{n-1}^*(\bar{e}_{n-1}^v)$; $f_n^*(\bar{e}_{n-1}^v)$ — экстремальное значение критерия для n -го этапа при переходе системы из состояния $\bar{e}_{n-1}^v$ в состояние $\bar{e}_n$. Аналогичная процедура применяется на каждом этапе.

Таким образом, пройдя все этапы от конца к началу, можно найти оптимальное управление на каждом этапе $\bar{X}_i^*$, оптимальное состояние в конце каждого этапа $\bar{e}_i^*$ и величину критерия $f_{1,2,\dots,n}^*$ за весь рассматриваемый период, получаемую при оптимальном управлении системой:

$$f_{1,2,\dots,n}^* = \sum_{i=1}^n f_i^*(\bar{X}_i^*, \bar{e}_{i-1}^*).$$

Изложенный выше алгоритм оперативного управления представляется удобным пояснить на примере, хотя и условном, но по своим исходным данным довольно близком к действительному положению. В качестве рассматриваемой системы, оперативное управление которой необходимо осуществлять, берется не весь нефтеперерабатывающий завод, а лишь установка смещения бензинов, так что конструируемая модель по существу является динамической моделью смещения. Однако все специфические особенности динамической модели предприятия и все этапы построения алгоритма четко прослеживаются на данном примере без сколько-нибудь значительной потери общности.

В примере в качестве планируемого периода $[0, T]$ берется месяц, равный 30 дням. Задача ставится следующим образом. Имеются четыре компонента готовых бензинов, выпускаемые установками прямой гонки, термического крекинга, каталитического крекинга и каталитического реформинга (соответственно, A, B, C и D). Задан график планово-предупредительных ремонтов установок (см. рис. 1). Остальные исходные данные по компонентам смещения приведены в табл. 1.

Необходимо, учитывая график ремонтов, найти на каждом этапе такие значения распределяемых в готовые продукты потоков, чтобы выполнены были ограничения по качеству готовых продуктов и чтобы прибыль

за весь период работы установки смещения была максимальной. Все исходные данные, касающиеся готовых бензинов, приводятся в табл. 2.

В соответствии с графиком ремонтов разбиваем весь период $[0,30]$ на восемь этапов, характеризующихся отсутствием существенных изменений, как показано на рис. 1.

Строим в общем виде модель линейного программирования установки смещения. Модель в таком виде представляет собой классическую зада-

Таблица 1

Наименование компонентов	Обозначения компонентов	Количество дней работы соответствующей установки	Наличие компонентов, т		Октановое число по моторному методу	Содержание серы в весовых процентах	Наличие емкости, т	Себестоимость, руб.
			в сутки	в месяц				
Бензин прямой гонки	<i>A</i>	27	300	8100	56	0,1	1000	10
Бензин термического крекинга	<i>B</i>	24	400	9600	68	0,4	1200	11
Бензин каталитического крекинга	<i>C</i>	24	350	8400	70	0,05	1000	13
Бензин каталитического реформинга	<i>D</i>	27	300	8100	75	0	800	12

Таблица 2

Наименование готовых продуктов	Обозначение готовых продуктов	Октановое число по моторному методу	Содержание серы в весовых процентах	Цена за тонну, руб.
Бензин А-66	<i>M</i>	Не менее 66	Не более 0,15	13
Бензин А-72	<i>N</i>	Не менее 72	Не более 0,15	16

чу на смеси, в которой уравнения (4) — (7) являются ограничениями на ресурсы компонентов *A*, *B*, *C* и *D*, а уравнения (9) — (12) являются ограничениями по качеству готовых продуктов *M* и *N*.

$$x_1 + x_5 \leq A, \quad (4)$$

$$x_2 + x_6 \leq B, \quad (5)$$

$$x_3 + x_7 \leq C, \quad (6)$$

$$x_4 + x_8 \leq D, \quad (7)$$

$$(66 - 56)x_1 + (66 - 68)x_2 + (66 - 70)x_3 + (66 - 75)x_4 \leq 0, \quad (8)$$

$$(72 - 56)x_5 + (72 - 68)x_6 + (72 - 70)x_7 + (72 - 75)x_8 \leq 0, \quad (9)$$

$$(0,1 - 0,15)x_1 + (0,4 - 0,15)x_2 + (0,05 - 0,15)x_3 + (0 - 0,15)x_4 \leq 0, \quad (10)$$

$$(0,1 - 0,15)x_5 + (0,4 - 0,15)x_6 + (0,05 - 0,15)x_7 + (0 - 0,15)x_8 \leq 0, \quad (11)$$

$$f = 3x_1 + 2x_2 + x_4 + 6x_5 + 5x_6 + 3x_7 + 4x_8 = \max. \quad (12)$$

Здесь переменные $x_1, \dots, x_4$ означают соответственно количества компонентов *A*, *B*, *C* и *D*, направляемые в продукт *M*, а переменные $x_5, \dots, x_8$ — в продукт *N*.

В качестве целевой функции выбрана прибыль, получаемая при реализации продуктов *M* и *N*.

Правые части уравнений (4) — (7) представляют собой наличные количества компонентов, которые могут быть различными в зависимости от рассматриваемого периода и гипотез о состоянии емкостей на начало

и конец периода. Если в качестве правых частей взять общие количества компонентов, произведенные установками за месяц, то получится как раз общая модель линейного программирования, решение которой реально воплотить нельзя. Таким образом, значение целевой функции, полученное путем решения общей задачи на весь месяц, является тем предельным максимальным значением, к которому может стремиться значение целевой функции при различных вариантах работы в течение месяца. В табл. 3

Таблица 3

№ п/п	A	B	C	D	f	№ п/п	A	B	C	D	f
1	1800	2400	2100	1400	15633,33	47	1300	2100	1850	1800	17975
2	1800	2400	1850	1400	15008,33	48	8100	9600	8400	8100	81075
3	900	1200	550	800	7308,33	49	1800	2400	2100	1800	18600
4	900	1200	800	800	7933,33	50		1200	1050	900	7770
5	900	900	550	800	7308,33	51	900	1200	1050	900	9300
6	900	900	800	800	7933,33	52	900		1050	900	6975
..						53	900			900	4612,5
14	900	900	750	900	8550	54	900	1200		900	6525
..						55	900	1200	1050		2625
20	900	600	250	900	7200	56	1800	2400	2100	1800	18600
..											
32	650	600	1050	900	8400						
..											
35	400	600	1050	900	8400						
..											
40	650	1200	1050	700	7816,67						
41	900	1200	1050	700	7816,67						
..											
45	1000	900	800	700	7191,67						
..											

приведены правые части задачи линейного программирования для различных гипотез и полученные при решении значения критерия: в 48-й строке — правые части и значение целевой функции общей задачи; в 49—56 строках табл. 3 — правые части и значение целевой функции задачи, оптимизирующей смещение на каждом этапе без учета емкостей. Сложив величины критериев на каждом этапе, мы получим общую величину критерия, которая является минимальной из совокупности рассматриваемых значений при выборе логически обоснованных гипотез. Все остальные значения критерия, получаемые при различных гипотезах об использовании емкостей, лежат внутри указанного диапазона значений

$$f_{\max} = 81075 \text{ руб. и } f_{\min} = \sum_{i=49}^{56} f_i = 75007,5 \text{ руб.}$$

Делаем гипотезы об окончании этапов. Здесь представляется целесообразным более подробно остановиться на процессе выбора «перспективных» гипотез. Этот процесс условно можно разделить на две части. Сначала по нижеперечисленным пяти правилам, охватывающим все возможные случаи, формируется так называемая «основная» гипотеза, а затем, учитывая качественные показатели компонента, отсутствующего на рассматриваемом этапе, получаем «дополнительные» гипотезы, которые являются как бы представляющими наибольший интерес «отклонениями» от основной гипотезы.

Правила формирования основной гипотезы таковы:

1. Если момент окончания i -го этапа t_i означает вывод на ремонт какой-либо установки K , то (так как обычно размер емкостей сравнительно

небольшой и не позволяет обеспечить готовую смесь компонентом K в течение всего периода ремонта установки) запас e_{iK} продукта K в момент t_i принимается равным максимально возможному, т. е. равным E_K (например, e_D в конце 6-го этапа, когда начинается ремонт установки D — см. рис. 1, — принимается равным 800 т).

2. Если момент окончания i -го этапа означает ввод в действие после ремонта установки K , то принимается $e_{iK} = 0$ (например, $e_D = 0$ в конце седьмого этапа).

3. Если в течение i -го этапа установка K стоит на ремонте, но моментами вывода ее на ремонт и ввода в действие являются какие-то моменты t_{i-j} и t_{i+m} , то (так как естественным представляется равномерное использование продукта K) принимается $e_{iK} \cong E_K \frac{t_{i+m} - t_i}{t_{i+m} - t_{i-j}}$ (например, $e_C = 500$ т в конце пятого этапа). Здесь знак « $\cong$ » означает ближайший к расчетному уровень запасов, выбранный из общего числа уровней при принятой дискретизации размера емкостей.

4. Если в течение i -го этапа установка K работает, а момент ввода ее в действие после ремонта был t_{i-j} , то (так как естественным представляется равномерное накопление запасов продукта K к концу последнего n -го этапа) принимается $e_{iK} \cong e_{nK} \frac{t_i - t_{i-j}}{t_n - t_{i-j}}$.

5. Если в течение i -го этапа установка K работает, а момент вывода ее на ремонт будет t_{i+m} , то из ранее приведенных соображений принимается $e_{iK} \cong e_{0K} + (E_K - e_{0K}) \frac{t_i - t_0}{t_{i+m} - t_0}$.

После формирования основной гипотезы об окончании i -го этапа необходимо рассмотреть качественные характеристики компонента, отсутствующего на данном этапе (конечно, только те, которые учитываются в модели при составлении ограничений). Если на какой-либо качественный показатель готового продукта наложено ограничение снизу (например, октановое число бензина А-72 должно быть больше или равно 72 пунктам) и если этот же качественный показатель отсутствующего компонента лежит в области наиболее высоких значений (например, октановое число компонента D по табл. 1 равно 75 пунктам), то естественным будет компенсировать данный компонент другим, получаемым на i -м этапе и имеющим этот качественный показатель того же порядка (например, компонентом C). Для этого как раз и вырабатываются дополнительные гипотезы по состоянию компонента C , отклоняющиеся от основной, сделанной в предположении его равномерного накопления или расходования. Можно также вместо описанной как бы «положительной компенсации» использовать «отрицательную компенсацию», т. е. рассмотреть имеющиеся на i -м этапе компоненты с наиболее низкими показателями качества (в нашем случае компонент A с октановым числом 56 пунктов) и сделать гипотезы об их меньшем расходовании, так чтобы опять-таки компенсировать в какой-то мере отсутствие высококачественного компонента.

Аналогично можно рассмотреть качественные показатели готового продукта, ограниченные сверху (например, содержание серы).

Именно, подобным описанному образом и формировались основные и некоторые дополнительные гипотезы в данном примере, общее число которых было сильно уменьшено в целях сокращения размера вычислений.

Конечно, показанный подход является в какой-то степени волюнтаристским и теоретически не исключает пропуска оптимального варианта. Однако анализ даже такого условного примера, который приведен здесь, дает основания полагать, что величина полученного критерия оптималь-

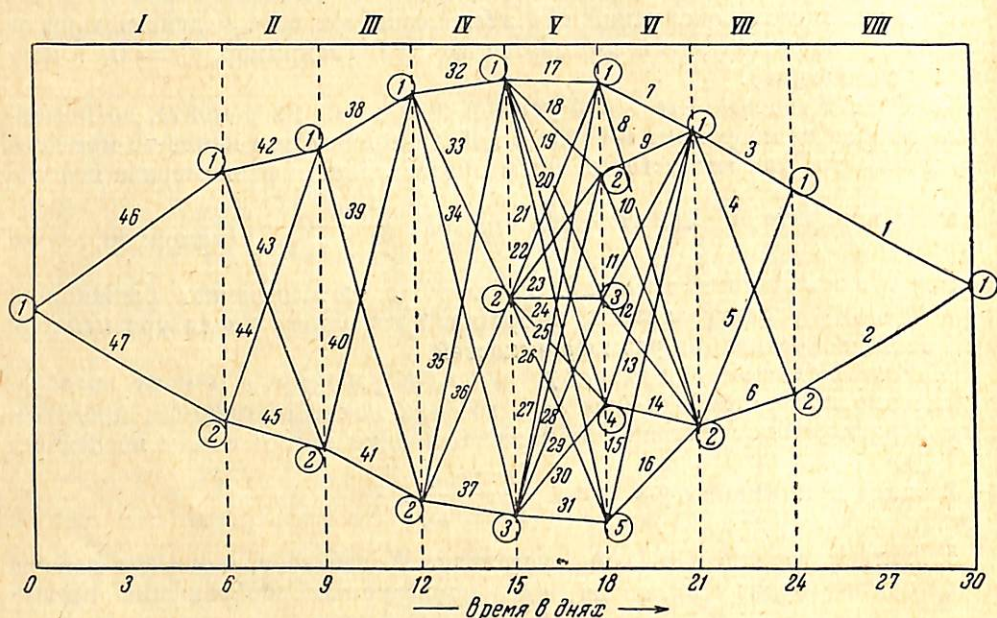


Рис. 2. Представление гипотез

ности будет очень незначительно отличаться от величины критерия при достижении истинного экстремума.

После построения гипотез можно определить правые части в модели при переходе от любого состояния в конце предыдущего этапа к любому состоянию в конце рассматриваемого этапа. Все возможные переходы из одного состояния в другое для каждого этапа удобно представить графически (см. рис. 2). Около узлов на каждой пунктирной линии проставлены номера гипотез об окончании этапов. Все случаи переходов от этапа к этапу при различных состояниях резервуарного парка пронумерованы от 1 до 47. После определения правых частей были решены все 47 задач линейного программирования*. При решении реальных задач, подобных рассмотренной, число компонентов смещения может достигать восьмидесяти, так что общее число частных задач линейного программирования, размерностью в 15—20 уравнений, может достигнуть нескольких сотен. Однако возможности современных ЭВМ вполне позволяют решать такие задачи.

Теперь можно найти экстремум общего функционала. Оптимальными оказываются не одно управление, а четыре:

- 1) 47, 45, 40, 32, 20, 14, 6, 2.
- 2) 47, 45, 41, 35, 20, 14, 6, 2.
- 3) 47, 45, 40, 32, 20, 14, 5, 1.
- 4) 47, 45, 41, 35, 20, 14, 5, 1.

Значение достигаемого критерия здесь равно 80 075.

Интересным в данной задаче оказалось найти не только оптимальное управление, но и распределение значений функционала в интервале

* Автор выражает благодарность сотруднику ЦЭМИ АН СССР А. Х. Тхайцукову, проделавшему на ЭВМ все расчеты, связанные с данным примером.

($f_{\min}$, $f_{\max}$). Гистограмма всех значений функционала (их число равно 480) представлена на рис. 3. Из рисунка видно, что в основном гипотезы были выбраны правильно, так как большое число значений функционала лежит в сравнительно узкой области высоких значений. Например, 10% всех значений лежит в интервале 79,65—80,1 тыс. руб. Если опыт решения задач, подобных рассмотренной выше, подтвердит устойчивость характера кривой распределения (т. е. смещенность максимума кривой в сторону $f_{\max}$), то можно наметить еще один путь их решения, а именно метод случайного поиска планов, близких к оптимальному, т. е. попадание в почти стационарную область. Действительно, если после формирования гипотез не решать все задачи линейного программирования для перехода из любого состояния в конце ($i - 1$)-го этапа в любое состояние в конце i -го этапа, а сначала случайным образом выбрать гипотезу об окончании каждого этапа и затем, решив n задач линейного программирования, найти значение критерия, то вследствие указанного характера кривой распределения вероятность попадания в область высоких значений критерия будет довольно велика. А это означает, что потребуются сравнительно небольшая величина выборки для нахождения значений критерия, близких к оптимальному. Возможно, этот путь приведет к уменьшению количества расчетов по сравнению с рассмотренным применением метода динамического программирования.

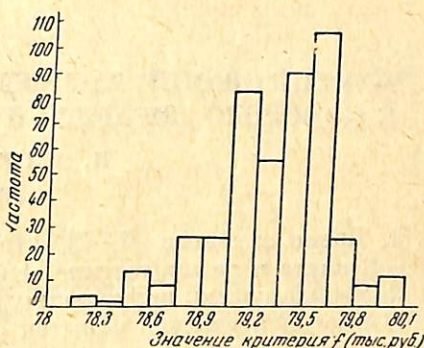


Рис. 3. Гистограмма распределения 480 значений критерия

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Б. Мандель. Экономико-математические модели внутризаводского текущего планирования в нефтепереработке. Бюлл. научн. информ. Матем. методы в экономике и планировании. М., изд. ЦЭМИ АН СССР, 1965, вып. III.
2. К. А. Амирагов. Математические методы и электронные вычислительные машины в планировании нефтепереработки. За технический прогресс, 1963, № 10.
3. Р. Беллман. Динамическое программирование. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
4. Е. С. Вентцель. Элементы динамического программирования. М., «Наука», 1964.

Поступила в редакцию
26 VIII 1965