

приятия в части использования оборотных средств даже при установлении платы за оборотные средства, на уровне, равном E . К тому же при существующей системе цен не всегда возможно установить плату за оборотные средства на таком уровне. Поэтому до создания экономически обоснованной системы цен целесообразно устанавливать предприятию общий норматив оборотных средств. Усовершенствование системы цен вместе с платой за оборотные средства, устанавливаемой на уровне E , даст возможность предоставить планирование оборотных средств самому предприятию и упростить предоставления кредитов под оборотные средства.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Косыгин. Об улучшении управления промышленностью, совершенствовании планирования и усилении экономического стимулирования промышленного производства. Доклад на Пленуме ЦК КПСС 27 сентября 1965 г. М., Политиздат, 1965.
2. Л. В. Канторович. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., 1959.
3. В. Новожолов. Трудовая теория стоимости и математика. Вопр. экономики, 1964, № 12.
4. Б. Н. Михалевский. Односекторная динамическая модель и оценка нормы эффективности капиталовложений. Экономика и матем. методы, 1965, т. I, вып. 2.

Поступила в редакцию
20 X 1965

О КОСВЕННОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ НЕ ИЗМЕРЕННЫХ НЕПОСРЕДСТВЕННО ВЕЛИЧИН РЯДА РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

С. В. КУРЫШЕВА

(Ленинград)

«Чтобы действительно знать предмет, — указывал В. И. Ленин, — надо охватить, изучить все его стороны, все связи и «опосредствования» [1, стр. 72]. Изучение связи между явлениями, выступающей в виде связи экономических показателей, всегда занимало и занимает видное место в статистике. А. А. Чупров писал по этому поводу: «В ряду многообразных задач, которым служит статистическое знание, раскрытие связей между интересующими нас явлениями выдвигается на одно из самых видных мест по своему научному и жизненному значению» [2, стр. 3, 150].

Исследование связей в статистике требует нахождения конкретного вида распределения, характеризующего статистическую совокупность. Это либо распределение единиц совокупности по одному или нескольким признакам, либо распределение явлений во времени, в пространстве.

Изучением закономерностей распределения единиц совокупности по определенному признаку (связи частот * и вариант) издавна занимались статистики, нередко возводя их в основные, решающие связи. Познание действительной взаимозависимости явлений не может, конечно, ограничиться изучением только этой связи.

Ряд распределения отображает, как известно, только одну (но не исчерпывающую) сторону явления, а именно — его изменчивость, вариацию, которая состоит в том, что отдельные значения признака наблюдаются с определенными численностями. Вместе с тем ограниченное использование закономерностей распределения единиц совокупности в статистико-экономическом анализе не означает как бы второстепенности, аналитических возможностей рядов распределения. Хотя закономерность распределения и не раскрывает причин создавшегося распределения, причин происшедших сдвигов в распределении, все же она является основанием для вопроса о причинах, вытекающих из сложившегося распределения, например объяснение скошенности ряда при асимметричном распределении и др.

Наряду с проблемой выявления характера распределения по данным о вариации признака и по частотам, на практике может возникнуть потребность нахождения приближенного распределения по центральной характеристике ряда распределения и частотам (с которыми встречаются отдельные варианты, образующие среднюю ве-

* Здесь, как и далее в статье, термин «частота» употребляется в одинаковом смысле с численностью (частота — численность варианты).

личину, непосредственно в учете не измеренные). Иными словами, возникает задача расчленения средней величины признака на составляющие ее элементы.

Если мы знаем, что

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_m f_m}{\sum f_i} = \sum x_i \frac{f_i}{\sum f_i} = \sum x_i \varphi_i, \quad (1)$$

и имеем численные значения $\bar{X}$ и f_i , то как найти приближенно значение вариантов, x_i ?

Например, известен общий относительный уровень $\bar{x}$ издержек обращения совокупности товаров и доли φ_i конкретных групп товаров в общем объеме товарооборота; требуется найти относительные уровни издержек обращения по отдельным товарным группам $\bar{x}_i$.

Если нахождение закономерности распределения позволяет установить связь между вариантами признака и численностями и найти общий уровень явления (среднюю арифметическую), то в данном случае возникает обратная задача: изучить связь между общим уровнем явления и соотношением весов его составных частей и найти приближенно варианты (составляющие средней величины). Найдя компоненты средней, мы тем самым найдем искомый ряд распределения, который, однако, будет несколько отличаться от обычного ряда распределения.

Вместо конкретных значений вариант или интервальных групп мы в нашем случае будем иметь их приближенные оценки. Поскольку эти приближенные оценки должны отображать конкретные варианты, то они должны быть средними величинами подобно интервальным средним. Поэтому задача сводится к тому, чтобы, зная средний уровень явления и веса, которые имеют составляющие эту среднюю средние величины признаков, найти сами варианты — средние величины признаков, непосредственно не измеренных.

Проблема определения средних величин признаков, непосредственно не измеренных, имеет двойное значение: самостоятельное (о чем только что шла речь) и вспомогательное. При решении корреляционных уравнений требуется найти параметры уравнения, представляющие собой средние величины, отдельные значения которых могут быть как измеряемыми, так и не измеряемыми в учете. Для нахождения подобных средних широко применяется способ наименьших квадратов. В связи с этим вопросы косвенного определения средних величин признаков, непосредственно не измеренных, излагаются в курсах математической статистики в разделе об измерении связи, в частности, при изложении способа наименьших квадратов — спорного в настоящее время * пункта теории корреляции, а иногда и там не излагаются.

И хотя способ наименьших квадратов применим как для нахождения параметров корреляционного уравнения, так и для специального определения средних величин, непосредственно не измеренных, в пользовании им имеется разница в зависимости от выполняемой задачи. Если для решения корреляционного уравнения система нормальных уравнений зависит от гипотетической формулы уравнения, которая требует логического обоснования с точки зрения материального анализа сущности предмета (взять ли прямую, параболу, гиперболу или какую-либо другую форму связи), то при распределении среднего (общего) уровня явления на его составные элементы форма уравнения всегда представляет линейную функцию, которая не требует специальных доказательств с привлечением материального анализа. Это объясняется тем, что средняя арифметическая всегда равна сумме произведений вариант на частоты $\bar{X} = \sum X_i \varphi_i$, причем $\sum \varphi_i = 1$, откуда $\varphi_m = 1 - \varphi_1 - \varphi_2 - \dots - \varphi_{m-1}$.

Поэтому

$$\begin{aligned} \bar{X} &= X_1 \varphi_1 + X_2 \varphi_2 + \dots + X_m (1 - \varphi_1 - \varphi_2 - \dots - \varphi_{m-1}) = \\ &= X_m + (X_1 - X_m) \varphi_1 + (X_2 - X_m) \varphi_2 + \dots + (X_{m-1} - X_m) \varphi_{m-1}. \end{aligned} \quad (2)$$

Способ косвенного определения средних величин признаков, непосредственно не измеренных, не нашел самостоятельного места в курсах статистики **. Вместе с тем

* Теория корреляции далеко не всегда покоилась на способе наименьших квадратов. Так, А. А. Чупров, внесший несомненно большой вклад в развитие теории корреляции, не только не применял его сам, но и считал подобное изложение теории корреляции отрицательным моментом [2, стр. 3, 150].

** Так, в учебнике «Статистика» (колл. авторов под руков. В. И. Хотимского) [3, стр. 471—473, 486—490] имеется специальный параграф, посвященный косвенному определению средних величин признаков, непосредственно не измеренных. Однако авторы связывают эту проблему с теорией корреляции, о чем свидетельствует последующее изложение множественной корреляции, где приведен тот же пример (расчленения среднего рабочего времени на одну операцию по видам операций) лишь с прибавлением нового вида операций.

эта задача имеет немаловажное практическое значение, которое мы иллюстрируем на примере из области торговли.

Суммовой учет в предприятиях советской торговли дает лишь общую сумму издержек обращения по всем товарам. Однако понятно, что каждый вид товаров накладывает свой отпечаток на общий уровень издержек обращения. Относительный уровень издержек обращения по всей совокупности товаров, естественно, будет меняться в зависимости от изменения соотношения отдельных групп товаров в общем объеме товарооборота. Поэтому перед экономистами советской торговли уже давно стоит вопрос о распределении общей суммы и относительного уровня издержек обращения по отдельным товарным группам.

Одним из способов определения относительных уровней издержек обращения по товарным группам может явиться косвенное определение средних величин признаков, непосредственно не измеренных*. Общая величина относительного уровня издержек обращения может быть представлена в виде взвешенной средней арифметической из относительных уровней издержек обращения по конкретным товарным группам, где весами являются товарообороты отдельных групп (или доля отдельных групп в общем объеме товарооборота):

$$\bar{x} = \frac{x_1 t_1 + \dots + x_m t_m}{\Sigma t_i} = x_1 \frac{t_1}{\Sigma t_i} + \dots + x_m \frac{t_m}{\Sigma t_i} = \Sigma x_i \frac{t_i}{\Sigma t_i},$$

где $\bar{x}$ — общий относительный уровень издержек обращения по всей совокупности товарных групп, x_i — относительный уровень издержек обращения по отдельной i -й товарной группе, t_i — оборот этой же i -й группы товаров.

Обозначим доли отдельных товарных групп в общем объеме товарооборота через φ_i . Напишем формулу:

$$\bar{x} = x_1 \varphi_1 + \dots + x_m \varphi_m = x_m + (x_1 - x_m) \varphi_1 + (x_2 - x_m) \varphi_2 + \dots + (x_{m-1} - x_m) \varphi_{m-1}. \quad (2')$$

Относительные уровни издержек обращения конкретных товарных групп варьируют по предприятиям. Поэтому задача сводится к нахождению средних уровней издержек обращения по каждой товарной группе для совокупности однородных предприятий $\bar{x} = \bar{x}_m + (x_1 - x_m) \varphi_1 + \dots + (x_{m-1} - x_m) \varphi_{m-1}$. При этом здесь φ_i не зависит от x_i , так как: а) доля тех или иных групп в общем обороте определяется планом в ассортиментном разрезе и не связана с издержками обращения; б) затраты на единицу (или на сто рублей) того или иного товара определяются рядом условий, к которым доля товарных групп в ассортименте товарооборота, как правило, отношения не имеет. Это еще раз подчеркивает, что x_i , а соответственно и $(x_i - x_m)$, могут быть заменены постоянными, представляющими собой средние величины $\bar{x}_m$ и $(\bar{x}_i - \bar{x}_m)$.

Поскольку средняя арифметическая для определенной совокупности всегда величина постоянная, пишем

$$\bar{x} = a_0 + a_1 \varphi_1 + a_2 \varphi_2 + \dots + a_{m-1} \varphi_{m-1}. \quad (3)$$

Чтобы найти параметры уравнения (3), применим способ наименьших квадратов. Тогда задача будет решена.

Ниже, в таблице 1 приводятся данные по 20 предприятиям о товарообороте и общем уровне издержек обращения по двум товарным группам «а» и «в» вместе.

Согласно вышеизложенному, в нашем случае имеем уравнение вида $\bar{x} = a_0 + a_1 \varphi_1$, где $a_0 = \bar{x}_2$ — средний уровень издержек обращения по группе «в», a_1 — средняя величина разности $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$, φ_1 — доля товарооборота группы «а».

По способу наименьших квадратов имеем следующую систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} n a_0 + a_1 \Sigma \varphi = \Sigma x, \\ a_0 \Sigma \varphi + a_1 \Sigma \varphi^2 = \Sigma x \varphi, \end{cases}$$

в которой $n = 20$; $\Sigma \varphi = 12,53$; $\Sigma x = 46,43$ (см. итоговую строку таблицы, гр. 4 и 5;

* Этот способ не исключает возможности определения товарных уровней издержек обращения при помощи коэффициентов издержкеемкости, предложенных Научно-исследовательским институтом торговли и общественного питания (НИИТОП) (см. об этом также работу [4]). Однако, поскольку сами эти коэффициенты подвержены изменениям, то определение каждый раз затрат по видам расходов на отдельные группы товаров требует значительно большего объема работ, чем предлагаемый нами способ. Кроме того, наш способ не требует проведения специальных обследований.

$\Sigma \varphi^2 = 8,03$; $\Sigma x\varphi = 28,89$ (вычисление этих двух сумм в таблице не приводится). Подставив эти значения, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} 20 a_0 + 12,53 a_1 = 46,43, \\ 12,53 a_0 + 8,03 a_1 = 28,89, \end{cases}$$

откуда $a_0 = 3,01$; $a_1 = -1,40$; $\bar{x} = 3,01 - 1,40 \varphi$.

Если вместо φ подставим его численное значение — удельный вес товарооборота группы «а» в общем объеме товарооборота для данной совокупности предприятий (гр. 4, табл. 1), то получим величину общего уровня издержек обращения (гр. 5), т. е. $3,01 - 1,40 \cdot 0,64 = 2,31$, что свидетельствует о правильном решении уравнения.

Следовательно, средний уровень издержек обращения по группе «в», a_0 , равен 3,01%. Поскольку $a_1 = -1,40$ означает среднюю величину $(x_1 - x_2) = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$, то $\bar{x}_1 = (x_1 - x_2) + \bar{x}_2 = -1,40 + 3,01 = 1,91$ — средний уровень издержек обращения по группе «а».

Поскольку в среднем по предприятию относительный уровень издержек обращения составляет по условию 2,31% к товарообороту, то общая сумма издержек обращения будет равна $(2,31 \cdot 13800) : 100 = 318,8$ тыс. руб. Почти эту же сумму (с точностью до единиц) мы получим, пользуясь значениями относительных уровней издержек обращения по группам «а» и «в»:

$$\left(\frac{1,91 \cdot 8800 + 3,01 \cdot 5000}{100} \right)$$

что свидетельствует о правильности распределения общей величины относительного уровня издержек обращения (соответственно и суммы издержек обращения) на ее составные элементы, т. е. на относительные уровни издержек обращения по группам «а» и «в». Понятно, что вычисленные относительные уровни издержек обращения по группам «а» и «в» будут колебаться по предприятиям, но в среднем они воспроизведут общую сумму издержек обращения по группам «а» и «в» вместе по совокупности предприятий и могут служить наилучшими приближенными оценками не

Таблица 1

Товарооборот и уровень издержек обращения совокупности торговых предприятий
(в тыс. руб.)

№ предприятия	Товарооборот по группе «а» t_1	Товарооборот по группе «в» t_2	Общий товарооборот предприятия $\Sigma t_i = t_1 + t_2$	Доля товарооборота группы «а» (гр. 1 : гр. 3), φ	Общий уровень издержек обращения по предприятиям (в процентах к обороту) x
А	1	2	3	4	5
1	300	200	500	0,60	2,02
2	500	200	700	0,71	2,33
3	450	150	600	0,75	2,25
4	350	250	600	0,58	2,42
5	250	250	500	0,50	2,00
6	600	300	900	0,67	2,37
7	550	350	900	0,61	2,16
8	200	200	400	0,50	2,70
9	400	200	600	0,67	2,50
10	550	250	800	0,69	2,10
11	650	250	900	0,72	2,17
12	700	300	1000	0,70	1,98
13	280	220	500	0,56	2,44
14	320	280	600	0,53	3,00
15	450	350	800	0,56	2,18
16	550	250	800	0,69	2,25
17	470	230	700	0,67	2,20
18	230	370	600	0,38	2,58
19	630	270	900	0,70	2,58
20	370	130	500	0,74	2,00
Σ	8800	5000	13800	12,53	46,43
				φ совокупности = 0,64	x совокупности = 2,31
				предприятий	предприятий

известных на практике величин издержек обращения по конкретным товарным группам.

Возможно на основе приведенного уравнения $\bar{x} = 3,01 - 1,10 \text{ ф}$ вычислить теоретические значения $\bar{x}$ для каждого предприятия и сравнить их с эмпирическими данными. Но в данном случае основное назначение решаемого уравнения — это определение его параметров для вычисления средних уровней издержек обращения по группам «а» и «в», а не нахождение числовой формы связи для расчета общего уровня издержек обращения, поскольку эти данные имеются в учете.

Таким образом, зная общую величину относительного уровня издержек обращения и доли отдельных групп товаров в общем объеме товарооборота (частости), мы приближенно можем найти относительные уровни издержек обращения конкретных товарных групп (варианты ряда распределения).

Изложенный способ приближенной оценки не измеренных непосредственно в учете вариант ряда распределения может найти применение, конечно, не только при изучении вопросов издержек обращения, но и при рассмотрении аналогичной проблемы в других отраслях народного хозяйства. В частности, может быть решена проблема распределения общей величины показателя производительности труда на отдельные операции, если в учете не имеется данных о времени, затрачиваемом на каждую операцию; распределения коэффициентов естественного движения населения по социальным группам для совокупности городов, районов и др.

Понятно, что приведенные примеры применения указанного способа не имеют исчерпывающего характера, а являются иллюстративными. Одна из задач заметки — показать целесообразность и эффективность косвенного определения средних величин признаков, непосредственно не измеренных, так как этот метод не применяется в экономической работе.

Но основное направление заметки — не применение данного способа к решению конкретных экономических вопросов, а рассмотрение в общем плане обратной задачи ряда распределения — нахождение приближенной оценки неизвестных вариантов эмпирического ряда по центральной характеристике ряда распределения — средней арифметической — и по весам, которые имеют отдельные слагаемые, образующие эту среднюю величину.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Ленин. Еще раз о профсоюзах. Соч., т. 32.
2. А. А. Чупров. Основные проблемы теории корреляции. М., Госстатиздат, 1960.
3. Статистика, Коллектив авторов под руков. В. И. Хотимского. М.-Л., Изд. Комкакадемии, 1932.
4. А. Л. Макарова. Определение издержек обращения по товарным группам. М., «Экономика», 1964.

Поступила в редакцию
31 V 1965